

Statistiques appliquées - L3 d'Economie
Interrogation écrite courte N°1 - Groupe 9 - Corrigé

Marc SANGNIER - marc.sangnier@ens-cachan.fr

Jeudi 22 novembre 2007

Exercice 1

Question 1 - Lois marginales

$$P(X = x_i) = \sum_{j=3}^4 P(X = x_i \cap Y = y_j) \text{ et } P(Y = y_j) = \sum_{i=0}^2 P(X = x_i \cap Y = y_j)$$

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	0,20	0,40	0,40

 et

y_j	3	4
$P(Y = y_j)$	0,45	0,55

Question 2 - Loi conditionnelle de Y

$$P(Y = y_j | X = 2) = \frac{P(Y=y_j \cap X=2)}{P(X=2)}$$

y_j	3	4
$P(Y = y_j X = 2)$	0,50	0,50

Question 3 - Covariance

$cov(X; Y) = -0,01 \Rightarrow cov(X; Y) \neq 0$. On peut donc en conclure que les variables X et Y ne sont pas indépendantes.

Question 4 - Covariance (bis)

Si $cov(X; Y) = 0$, alors on ne peut rien conclure au sujet de l'indépendance des variables X et Y . En effet, X et Y indépendantes $\Rightarrow cov(X; Y) = 0$, mais $cov(X; Y) = 0 \not\Rightarrow X$ et Y indépendantes.

Exercice 2

Question 1 - Estimateur sans biais de la moyenne

La moyenne empirique est un estimateur sans biais de la moyenne : $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$. Ici, $\bar{X} = \frac{50000}{500} = 100$

Question 2 - Loi de l'estimateur sans biais de la moyenne

La moyenne empirique \bar{X} suit une loi Normale d'espérance m et de variance $\frac{\sigma^2}{n}$.

Question 3 - Variance de la moyenne empirique

$V(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$. Pour estimer sa valeur pour l'échantillon, on remplace la variance théorique σ^2 par son estimateur sans biais $\hat{\sigma}^2 : \widehat{V(\bar{X})} = \frac{1000}{500} = 2$