

# Statistiques appliquées - L3 d'Economie

## Interrogation écrite courte N°1 - Groupe 9

Marc SANGNIER - marc.sangnier@ens-cachan.fr

Vendredi 23 novembre 2007

Durée : 0h20

### Exercice 1

Le tableau suivant rassemble la loi jointe d'un couple  $(X; Y)$  de variables aléatoire discrètes :

$P(X = x_i \cap Y = y_j)$	$x_i = 0$	$x_i = 1$	$x_i = 2$
$y_j = 3$	0,10	0,15	0,20
$y_j = 4$	0,10	0,25	0,20

#### Question 1 - Lois marginales

Donnez les lois marginales de  $X$  et  $Y$ . Rappelez clairement la formule que vous utilisez.

#### Question 2 - Loi conditionnelle de $Y$

Donnez la loi marginale de  $Y$  sachant  $X = 2$ . Rappelez clairement la formule que vous utilisez.

#### Question 3 - Covariance

Sachant  $cov(X; Y) = -0,01$ , que pouvez-vous en conclure ?

#### Question 4 - Covariance (bis)

Que pourriez-vous conclure si la covariance du couple était nulle ?

### Exercice 2

On dispose d'un échantillon de  $n = 500$  observations d'une variable aléatoire réelles  $X$ . On considère ces observations comme indépendantes et identiquement distribuées, c'est à dire :  $\forall i = 1, \dots, n : E(X_i) = m$  et  $V(X_i) = \sigma^2$

On suppose que la variable aléatoire  $X$  suit une loi Normale, donc  $\forall i = 1, \dots, n : X_i \rightarrow N(m; \sigma^2)$

On sait de plus que  $\sum_{i=1}^n x_i = 50000$

Par ailleurs, on sait de plus que l'estimateur sans biais de la variance est  $\hat{\sigma}^2 = 1000$

#### Question 1 - Estimateur sans biais de la moyenne

Donnez un estimateur  $\bar{X}$  sans biais de la moyenne. Calculez sa valeur pour l'échantillon.

#### Question 2 - Loi de l'estimateur sans biais de la moyenne

Quelle est la loi suivie par l'estimateur  $\bar{X}$  ?

#### Question 3 - Variance de la moyenne empirique

Donnez l'expression de la variance de l'estimateur  $\bar{X}$ . Estimez sa valeur pour l'échantillon.