

Statistiques appliquées - L3 d'Economie

Interrogation écrite courte N°1 - Groupe 9

Marc SANGNIER - marc.sangnier@ens-cachan.fr

Vendredi 23 novembre 2007

Durée : 0h20

Exercice 1

Le tableau suivant rassemble la loi jointe d'un couple $(X; Y)$ de variables aléatoire discrètes :

$P(X = x_i \cap Y = y_j)$	$x_i = 0$	$x_i = 1$	$x_i = 2$
$y_j = 3$	0,10	0,15	0,20
$y_j = 4$	0,10	0,25	0,20

Question 1 - Lois marginales

Donnez les lois marginales de X et Y . Rappelez clairement la formule que vous utilisez.

Question 2 - Loi conditionnelle de Y

Donnez la loi marginale de Y sachant $X = 2$. Rappelez clairement la formule que vous utilisez.

Question 3 - Covariance

Sachant $cov(X; Y) = -0,01$, que pouvez-vous en conclure ?

Question 4 - Covariance (bis)

Que pourriez-vous conclure si la covariance du couple était nulle ?

Exercice 2

On dispose d'un échantillon de $n = 500$ observations d'une variable aléatoire réelles X . On considère ces observations comme indépendantes et identiquement distribuées, c'est à dire : $\forall i = 1, \dots, n : E(X_i) = m$ et $V(X_i) = \sigma^2$

On suppose que la variable aléatoire X suit une loi Normale, donc $\forall i = 1, \dots, n : X_i \rightarrow N(m; \sigma^2)$

On sait de plus que $\sum_{i=1}^n x_i = 50000$

Par ailleurs, on sait de plus que l'estimateur sans biais de la variance est $\hat{\sigma}^2 = 1000$

Question 1 - Estimateur sans biais de la moyenne

Donnez un estimateur \bar{X} sans biais de la moyenne. Calculez sa valeur pour l'échantillon.

Question 2 - Loi de l'estimateur sans biais de la moyenne

Quelle est la loi suivie par l'estimateur \bar{X} ?

Question 3 - Variance de la moyenne empirique

Donnez l'expression de la variance de l'estimateur \bar{X} . Estimez sa valeur pour l'échantillon.