

Statistiques appliquées - L3 d'Economie

Interrogation écrite courte N°1 - Groupe 12

Marc SANGNIER - marc.sangnier@ens-cachan.fr

Vendredi 23 novembre 2007

Durée : 0h20

Exercice 1

Soit un couple $(X; Y)$ de variables aléatoire discrètes.

Le tableau suivant rassemble la loi marginale de X :

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	0,2	0,4	0,4

Le tableau suivant rassemble les lois conditionnelles de Y sachant $X = x_i$:

x_i	0	1	2
$P(Y = 3 X = x_i)$	0,5	0,25	0,0
$P(Y = 4 X = x_i)$	0,5	0,75	1,0

Question 1 - Loi jointe du couple

Donnez la loi jointe du couple $(X; Y)$. Rappelez clairement la formule que vous utilisez.

Question 2 - Loi conditionnelle de X

Donnez la loi marginale de X sachant $Y = 3$. Rappelez clairement la formule que vous utilisez.

Question 3 - Covariance

Sachant $cov(X; Y) = 0,14$, que pouvez-vous en conclure ?

Question 4 - Covariance (bis)

Que pourriez-vous conclure si la covariance du couple était nulle ?

Exercice 2

On dispose d'un échantillon de $n = 500$ observations d'une variable aléatoire réelles X . On considère ces observations comme indépendantes et identiquement distribuées, c'est à dire : $\forall i = 1, \dots, n : E(X_i) = m$ et $V(X_i) = \sigma^2$

On suppose que la variable aléatoire X suit une loi Normale, donc $\forall i = 1, \dots, n : X_i \rightarrow N(m; \sigma^2)$

On dispose de la moyenne empirique $\bar{X} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n}$ de cet échantillon.

On sait de plus que : $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2 = 499000$

Question 1 - Estimateur sans biais de la variance

Donnez un estimateur sans biais de la variance. Calculez sa valeur pour l'échantillon.

Question 2 - Variance de la moyenne empirique

Donnez l'expression de la variance de la moyenne empirique \bar{X} . Estimez sa valeur pour l'échantillon.

Question 3 - Loi de la moyenne empirique

Quelle est la loi suivie par la moyenne empirique \bar{X} ?