Microéconomie (L1 d'économie) - TD 6 - Corrigé

Marc Sangnier - marc.sangnier@ens-cachan.fr

19 mai 2008

Questions

Question 1 - Equilibre

Un équilibre est une situation où ”rien ne bouge” et dans laquelle les agents peuvent réaliser leurs plans de la façon prévue au moment où ces plans ont été établis. Un équilibre walrasien est un vecteur de prix qui rend compatibles entre eux les plans des agents.

Question 2 - Loi de Walras

La loi de Walras énonce que la somme des demandes nettes en valeur est nulle. Cette égalité est toujours vraie, que les prix soient ou non des prix d'équilibre et quelque soit le comportement des agents.

Question 3 - Monnaie et équilibre général concurrentiel

La monnaie se définit économiquement par trois fonctions : expression des valeurs (numéraire) , moyen d'échange (intermédiaire des échanges) et réserve de valeur (au cours du temps). Dans le modèle d'équilibre général concurrentiel, aucune de ces fonctions ne nécessite l'usage d'un bien particulier : le numéraire peut être n'importe quelle marchandise ; la question de l'échange (comment se réalisent les transactions) n'est pas posée ; le transfert de richesse d'une période à l'autre se fait sans monnaie (par l'achat dès la première période de tous les biens présents et futurs).

Question 4 - Modèle de concurrence parfaite

Les consommateurs sont définis par leurs dotation et leurs préférences. Les producteurs sont définis par leur technologie de production. Ils établissent leurs demandes et offres pour chaque biens sur la base de la connaissance, pour tous les biens, d'un prix unique et sur la base de conjectures concurrentielles (ils sont price-takers et ne subiront aucun rationnement).

Exercice 1

Question 1

Le consommateur A n'aime que les bonbons et pas les cigarettes : son TMS est donc de 0. Le consommateur B n'aime pas les bonbons et est fumeur : son TMS est donc égal à l'infini. Dès lors, n'importe quel taux d'échange compris entre 0 et l'infini est acceptable par ces deux consommateurs.

Question 2

Comportement du consommateur A

Si le vecteur des prix est $(1; 1)$, son revenu total est :

$$R_A = q_c^{A0} * p_c + q_b^{A0} * p_b = 10 * 1 + 5 * 1 = 15$$

Comme il n'aime que les bonbons et pas les cigarettes, il va consacré l'ensemble de sont revenu à sa demande de bonbons :

$$q_b^A = \frac{R_A}{p_b} = \frac{15}{1} = 15$$

Sa demande de cigarettes sera logiquement nulle :

$$q_c^A = 0$$

Comportement du consommateur B

Si le vecteur des prix est $(1; 1)$, son revenu total est :

$$R_B = q_c^{B0} * p_c + q_b^{B0} * p_b = 9 * 1 + 4 * 1 = 13$$

Comme il n'aime que les cigarettes et pas les bonbons, il va consacré l'ensemble de sont revenu à sa demande de cigarettes :

$$q_c^B = \frac{R_B}{p_c} = \frac{13}{1} = 13$$

Sa demande de bonbons sera logiquement nulle :

$$q_b^B = 0$$

Demandes agrégées

La demande globale de bonbons est :

$$D_b = q_b^A + q_b^B = 15 + 0 = 15$$

La demande globale de cigarettes est :

$$D_c = q_c^A + q_c^B = 0 + 13 = 13$$

Offres agrégées

L'offre globale de bonbons disponible dans cette économie est :

$$S_b = q_b^{A0} + q_b^{B0} = 5 + 4 = 9$$

L'offre globale de cigarettes est :

$$S_c = q_c^{A0} + q_c^{B0} = 10 + 4 = 14$$

Absence d'équilibre

On observe qu'avec ce vecteur de prix, l'équilibre n'est pas atteint. En effet, on a $D_b \neq S_b$ et $D_c \neq S_c$.

Question 3

On cherche un vecteur $p_e = (p_c; p_b)$ tel que l'équilibre soit réalisé sur les deux marchés.

En suivant le même raisonnement que dans la question précédente, il est clair que la demande de bonbons est :

$$D_b = q_b^A = \frac{R_A}{p_b} = \frac{q_c^{A0} * p_c + q_b^{A0} * p_b}{p_b} = \frac{10 * p_c + 5 * p_b}{p_b}$$

L'offre de bonbons reste quant à elle la même :

$$S_b = 9$$

L'équilibre sur le marché des bonbons est atteint lorsque :

$$D_b = S_b \Longleftrightarrow \frac{10 * p_c + 5 * p_b}{p_b} = 9 \Longleftrightarrow 10 * p_c + 5 * p_b = 9 * p_b$$

$$\Longleftrightarrow 10 * p_c = 4 * p_b \Longleftrightarrow 2,5 * p_c = p_b$$

On obtient le même résultat en raisonnant avec les cigarettes.

Le vecteur de prix d'équilibre est donc :

$$p_e = (1; 2,5)$$

Exercice 2

Question 1

Appliquons la transformation suivante à la fonction d'utilité :

$$V(q_1; q_2) = (U(q_1; q_2))^3 = q_1 q_2^3$$

Exprimons le taux marginal de substitution correspondant :

$$TMS(q_1; q_2) = \frac{V'_{q_1}}{V'_{q_2}} = \frac{q_2^3}{q_1 3 q_2^2} = \frac{q_2}{3q_1}$$

Evaluons maintenant les taux marginaux de substituion des deux consommateurs à leurs paniers de dotation initiale :

$$TMS^A(6; 1) = \frac{1}{3 * 6} = \frac{1}{18}$$

$$TMS^B(3; 2) = \frac{3}{3 * 2} = \frac{1}{2}$$

Rappel : le taux marginal de substitution représente la quantité maximale de bien 2 que le consommateur est prêt à cèder pour obtenir une unité supplémentaire de bien 1.

Un taux d'échange est un rapport p_1/p_2. Examinons les comportements des consommateurs dans différentes situations :

- Premier cas : $p_1/p_2 < \frac{1}{18}$

Dans cette situation, A offre du bien 2 et demande du bien 1

Logiquement, si $p_1/p_2 < \frac{1}{18}$, alors on a aussi $p_1/p_2 < \frac{1}{2}$

Dans cette situation, B offre du bien 2 et demande du bien 1

Les deux consommateurs offrent donc le bien 2 et demandent le bien 1. Il ne peut donc y avoir d'échange si $p_1/p_2 < \frac{1}{18}$.

- Second cas : $p_1/p_2 > \frac{1}{2}$

Dans cette situation, B offre du bien 1 et demande du bien 2

Logiquement, si $p_1/p_2 > \frac{1}{2}$, alors on a aussi $p_1/p_2 > \frac{1}{18}$

Dans cette situation, A offre du bien 1 et demande du bien 2

Les deux consommateurs offrent donc le bien 1 et demandent le bien 2. Il ne peut donc y avoir d'échange si $p_1/p_2 > \frac{1}{2}$.

– Troisième cas : $\frac{1}{18} < p_1/p_2 < \frac{1}{2}$

Dans cette situation, A offre du bien 1 et demande du bien 2, B offre du bien 2 et demande du bien 1. Il peut donc y avoir échange.

Question 2

Si c'est le consommateur A qui décide du taux d'échange, il choisira le taux marginal de substitution de B. Si c'est le consommateur B qui décide du taux d'échange, il choisira le taux marginal de substitution de A.

Question 3

Si l'on veut rester dans la situation où A offre du bien 1 et demande du bien 2, alors A acceptera n'importe quel taux d'échange supérieur à $\frac{1}{18}$.

De même, si l'on veut rester dans la situation où B offre du bien 2 et demande du bien 1, alors B acceptera n'importe quel taux d'échange inférieur à $\frac{1}{2}$.

Question 4

On peut affirmer qu'il existe un vecteur de prix qui égalise les offres et les demandes pour les deux biens car on se trouve dans une situation où les hypothèses d'Arrox-Debreu sont respectées, notamment celle de la convexité des préférences.

Question 5

On sait qu'à l'optimum, le consommateur sature sa contrainte budgétaire et égalise le rapport des prix au taux marginal de substitution.

On a donc :

$$\frac{q_2}{3q_1} = \frac{p_1}{p_2} \Longleftrightarrow q_2 p_2 = 3 p_1 q_1 \tag{1}$$

Par ailleurs, la contrainte budgétaire s'écrit :

$$p_1 q_1^0 + p_2 q_2^0 = p_1 q_1 + p_2 q_2$$

En utilisant l'expression (1), il vient :

$$p_1 q_1^0 + p_2 q_2^0 = 4 p_1 q_1$$

D'où, la demande individuelle pour le bien 1 :

$$q_1 = \frac{p_1 q_1^0 + p_2 q_2^0}{4 p_1}$$

La demande de A pour le bien 1 est donc :

$$q_1^A = \frac{p_1 6 + p_2 1}{4 p_1}$$

De même, celle de B est :

$$q_1^B = \frac{p_1 3 + p_2 2}{4 p_1}$$

La demande globale pour le bien 1 est donc :

$$D_1 = q_1^A + q_1^B = \frac{p_1 6 + p_2 1}{4p_1} + \frac{p_1 3 + p_2 2}{4p_1} = \frac{9p_1 + 3p_2}{4p_1}$$

$$\Longleftrightarrow D_1 = \frac{9}{4} + \frac{3}{4}\frac{p_2}{p_1}$$

L'offre globale du bien 1 est constituée de l'ensemble de des quantités de bien 1 disponibles dans l'économie :

$$S_1 = q_1^{A0} + q_1^{B0} = 9$$

La demande nette globale du bien 1 est donc :

$$E_1 = D_1 - S_1 = \frac{9}{4} + \frac{3}{4}\frac{p_2}{p_1} - 9$$

$$\Longleftrightarrow E_1 = \frac{3}{4}\frac{p_2}{p_1} - \frac{27}{4}$$

Question 6

D'après la loi de Walras, on sait que :

$$E_1 p_1 + E_2 p_2 = 0$$

Donc :

$$E_2 = \frac{-E_1 p_1}{p_2}$$

La demande nette globale du bien 2 est donc :

$$E_2 = \frac{27}{4}\frac{p_1}{p_2} - \frac{3}{4}$$

Question 7

A l'équilibre de concurrence parfaite on a $E_2 = 0$

$$\Longleftrightarrow \frac{27}{4}\frac{p_1}{p_2} - \frac{3}{4} = 0 \Longleftrightarrow \frac{27}{4}\frac{p_1}{p_2} = \frac{3}{4}$$

$$\Longleftrightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{9}$$

On obtiendrait le même résultat à partir de la condition $E_1 = 0$.

Exercice 3

Question 1

Examinons la nature des rendements d'échelle :

$$f(\lambda q_1; \lambda q_2) = 2(\lambda q_1 \lambda q_2)^{1/2} = 2(q_1 q_2)^{1/2}\left(\lambda^2\right)^{1/2} = \lambda f(q_1; q_2)$$

Les rendements d'échelle sont donc constants.

Question 2

Exprimons le taux marginal de substitution technique de l'entreprise :

$$TMST(q_1; q_2) = \frac{f'_{q_1}}{f'_{q_2}} = \frac{2\frac{1}{2}q_2^{1/2}q_1^{-1/2}}{2\frac{1}{2}q_1^{1/2}q_2^{-1/2}} = \frac{q_2}{q_1}$$

Question 3

Dire que le bien 1 est choisi comme numéraire revient à dire que son prix est egal à 1. Donc $p_1 = 1$.

Question 4

L'expression du sentier d'expansion se détermine en égalisant le taux marginal de substitution technique au rapport des prix :

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{p_1}{p_2} \Longleftrightarrow q_2 p_2 = q_1 \tag{2}$$

Question 5

On cherche le coût minimum pour produire une unité d'output.

En utilisant l'expression du sentier d'expansion, on peut écrire la fonction de production uniquement en fonction de q_2 :

$$f(q_2) = 2p_2^{1/2} q_2$$

On veut $f(q_2) = 1$, la quantité nécessaire de bien 2 est donc :

$$q_2 = \frac{1}{2} p_2^{-1/2} \tag{3}$$

Le coût de production d'une unité d'outpu s'écrit :

$$C(1) = p_1 q_1 + p_2 q_2$$

En utilisant l'expression (2), il vient :

$$C(1) = 2p_2 q_2$$

En utilisant l'expression (3), on obtient :

$$C(1) = p_2^{1/2}$$

Exercice 4

Question 1

Les rendements d'échelle étant constants et en l'absence de coût fixe, le coût marginal de l'entreprise est donc constant. On en déduit que quelque soit la quantité produite y :

$$Cm(y) = C(1) = p_2^{1/2}$$

Pour maximiser le profit de l'entreprise, on dispose de la condition selon laquelle le coût marginal doit être égal au prix de vente du bien :

$$Cm(y) = p_2$$

$$\Longleftrightarrow p_2^{1/2} = p_2 \Longleftrightarrow p_2^{1/2} = 1 \Longleftrightarrow p_2 = 1$$

Question 2

Dans la question précédente, nous avonc déterminé le prix du bien 2. La quantité échangée du bien dépend donc de la demande du consommateur. Celle-ci se détermine comme celle pour le bien 1 (voir exercice 2). On utilise ensuite le rapport des prix $p_1/p_2 = 1/1 = 1$.