Microéconomie (L1 d'économie) - TD 5 - Corrigé

Marc Sangnier - marc.sangnier@ens-cachan.fr

6 avril 2008

Exercice 1

La fonction de coût de l'entreprise est la suivante :

$$C(q) = q^2 - 4q + 9 \tag{1}$$

Dans l'expression (1), q désigne la quantité de bien produite.

Question 1

Le coùt marginal se calcule à partir de la formule suivante :

$$C_m(q) = \frac{\partial C(q)}{\partial q}$$

Ici on a donc :

$$Cm(q) = 2q - 4$$

Le coùt moyen se calcule à partir de la formule suivante :

$$C_M(q) = \frac{C(q)}{q}$$

Ici on a donc :

$$C_M(q) = \frac{q^2 - 4q + 9}{q} = q - 4 + \frac{9}{q}$$

Question 2

Le profit de l'entreprise est strictement positif si et seulement si le prix de vente est supérieur au coût moyen. Nous allons donc chercher la production pour laquelle le coût moyen est minimum.

La minimisation de la fonction de coût moyen conduit à la condition suivante :

$$\frac{\partial C_M(q)}{\partial q} = 0$$

$$\Longleftrightarrow 1 - \frac{9}{q^2} = 0 \Longleftrightarrow \frac{9}{q^2} = 1 \Longleftrightarrow q^2 = 9$$

$$\Rightarrow q = 3$$

Lorsque $q = 3$, on a :

$$C_M(3) = 3 - 4 + \frac{9}{3} = 2$$

Le profit est donc positif si $p > 2$.

Question 3

La fonction d'offre de concurrence parfaite se déduit de la condition $C_m(q) = p$. Par ailleurs, nous venons de voir que le profit n'est positif que si $p > 2$. L'offre de l'entreprise est donc nulle si $p < 2$. Supposons maintenant que $p > 2$:

$$C_m(q) = p$$

$$\Longleftrightarrow 2q - 4 = p \Longleftrightarrow 2q = p + 4 \Longleftrightarrow q = \frac{p+4}{2}$$

Soir $s(p)$ la fonction d'offre. Celle-ci s'écrit donc :

$$s(p) = 0 \text{ si } p < 2$$

$$s(p) = \tfrac{p+4}{2} \text{ si } p > 2$$

Question 4

La fonction de demande du bien est $d(p) = \frac{50}{p}$.
Le prix d'équilibre de concurrence parfaite est p_e tel que :

$$s(p_e) = d(p_e)$$

Cherchons donc ce prix en partant en résolvant l'équation suivante :

$$s(p) = d(p)$$

$$\Longleftrightarrow \frac{p+4}{2} = \frac{50}{p} \Longleftrightarrow p^2 + 4p = 100 \Longleftrightarrow p^2 + 4p - 100 = 0$$

La solution de ce polynôme est :

$$p_e \approx 8,19$$

Question 5

Le profit s'annule si et seulement si $p = 2$. La demande est alors $d(2) = 25$. Nous avons vu qu'à ce prix, la production de l'entreprise est $q = 3$. Si il y a n entreprises qui produisent à ce prix, leur offre est donc égale à $3n$. L'égalité entre offre globale et deùande globame s'écrit donc :

$$25 = 3n$$

Ce qui implique :

$$n = \frac{25}{3}$$

Or, $\frac{25}{n}$ n'est pas un nombre entier. Il ne peut donc y avoir d'équilibre dans ce cas.

Exercice 2

L'élasticité prix ε d'une fonction de demande q par rapport au prix p correspond à :

$$\varepsilon = \frac{\partial q}{q} \Big/ \frac{\partial p}{p}$$

Ici nous avons :

$$ln\left\{q\left(p_1; p_2; R\right)\right\} = a.ln\left\{p_1\right\} + b.ln\left\{p_2\right\} + cR$$

En utilisant la dérivée logarithmique, on obtient :

$$\frac{\partial q}{q} = a\frac{\partial p_1}{p_1}$$

$$\frac{\partial q}{q} = b\frac{\partial p_2}{p_2}$$

$$\frac{\partial q}{q} = c.\partial R$$

En appliquant la formule précédente il vient :

$$\varepsilon_{p_1} = a$$

$$\varepsilon_{p_2} = b$$

$$\varepsilon_R = cR$$

Exercice 3

Les fonction d'offre et de demande globale d'un bien à l'instant t sont $s(p) = ap$ et $d(p) = 10 - p$.

Question 1

Le prix d'équilibre de concurrence parfaite est :

$$ap_e = 10 - p_e \Longleftrightarrow p_e(a+1) = 10 \Longleftrightarrow p_e = \frac{10}{a+1}$$

Question 2

Le commissaire-priseur fait varier le prix selon la règle suivante :

$$p_{t+1} - p_t = 10 - p_t - ap_t$$

Ce qui peut s'écrire :

$$p_{t+1} = 10 - ap_t \tag{2}$$

Lorsque $p_t = p_e$, on est au prix d'équilibre. Celui-ci vérifie :

$$p_e = 10 - ap_e \tag{3}$$

En soustrayant membre à membre les équations (2) et (3), on obtient :

$$p_{t+1} - p_e = -a\left(p_t - p_e\right)$$

Cette suite converge si et seulement si $a < 1$.