# Microéconomie (L1 d'économie) - TD 3 - Corrigé

Marc Sangnier - marc.sangnier@ens-cachan.fr

3 mars 2008

## Questions

### Question 1

Lorsqu'on écrit la contrainte du consommateur sous la forme d'une égalité, cela ne veut pas dire que le consommateur n'épargne pas. En effet, on considère qu'il existe des prix pour les biens présents et futurs (on dit alors qu'il existe un système complet de marchés). Dans ce cas là, le choix est intertemporel et se fait sans incertitude.

### Question 2

Les données considérées commes invariantes dans tous les modèles sont la fonction d'utilité et les dotations initiales.

### Question 3

Le choix du consommateur porte sur les quantités offertes et demandées de chaque bien.

### Question 4

Lorsqu'il effectue son choix, le consommateur considère les prix comme donnés.

## Exercice 1

La fonction d'utilité du ménage envisagé est la suivante :

$$U(q_1; q_2) = \left(q_1^{\frac{1}{2}} + 2q_2^{\frac{1}{2}}\right)^k \tag{1}$$

Dans l'expression (1), le bien 1 désigne des pommes et le bien 2 des poires.

### Question 1

Pour tout $k > 0$, la fonction qui associe à $(q_1; q_2)$ le nombre $q_1^{\frac{1}{2}} + 2q_2^{\frac{1}{2}}$ représente la même relation de préférence que $U(.)$.

### Question 2

$$TMS_{21} = \frac{\partial U(.)/\partial q_1}{\partial U(.)/\partial q_2}$$

$$\partial U(.)/\partial q_2 = \left(q_1^{\frac{1}{2}} + 2q_2^{\frac{1}{2}}\right)^{k-1} q_2^{-\frac{1}{2}}$$

$$\partial U(.)/\partial q_1 = \left(q_1^{\frac{1}{2}} + 2q_2^{\frac{1}{2}}\right)^{k-1} \frac{1}{2} q_1^{-\frac{1}{2}}$$

$$TMS_{21} = \frac{1}{2}\frac{q_2^{\frac{1}{2}}}{q_1^{\frac{1}{2}}} \tag{2}$$

Soit $\bar{U}$ le niveau d'utilité caractérisant la courbe d'indifférence sur laquelle le ménage se trouve.

$$\bar{U} = \left(q_1^{\frac{1}{2}} + 2q_2^{\frac{1}{2}}\right)^k \Longleftrightarrow \bar{U}^{\frac{1}{k}} = q_1^{\frac{1}{2}} + 2q_2^{\frac{1}{2}}$$

Posons $\bar{U}^{\frac{1}{k}} = \tilde{U}$, il vient :

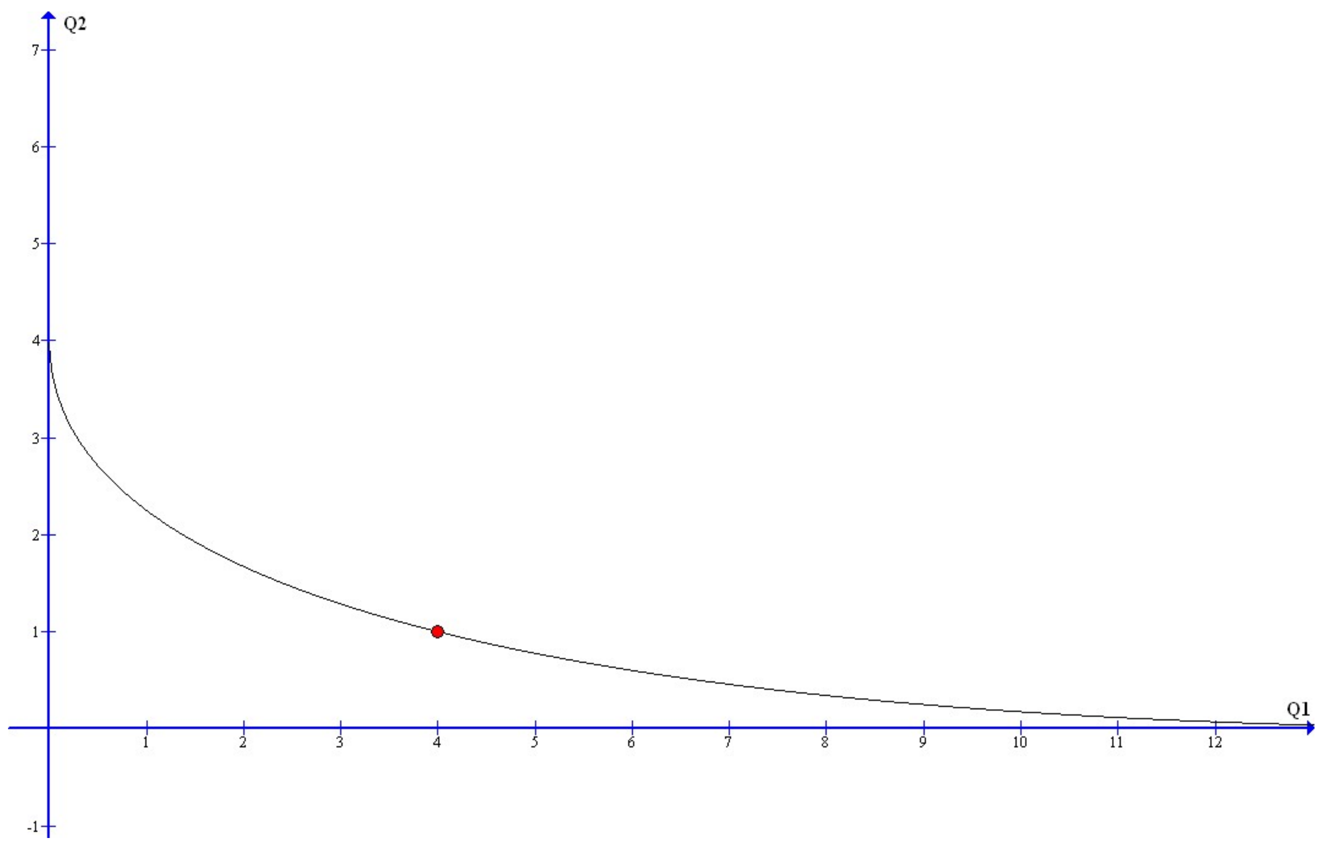
$$2q_2^{\frac{1}{2}} = \tilde{U} - q_1^{\frac{1}{2}} \Longleftrightarrow q_2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\left(\tilde{U} - q_1^{\frac{1}{2}}\right)$$

Reprenons l'expression (2), on obtient alors :

$$TMS_{21} = \frac{1}{4}\frac{\tilde{U} - q_1^{\frac{1}{2}}}{q_1^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{4}\left(\frac{\tilde{U}}{q_1^{\frac{1}{2}}} - 1\right)$$

Le taux marginal de substitution décroît donc de l'infini à 0.

## Question 3




## Question 4

Soit $W(q_1; q_2)$ la valeur du panier $(q_1; q_2)$ aux prix $(p_1; p_2)$.

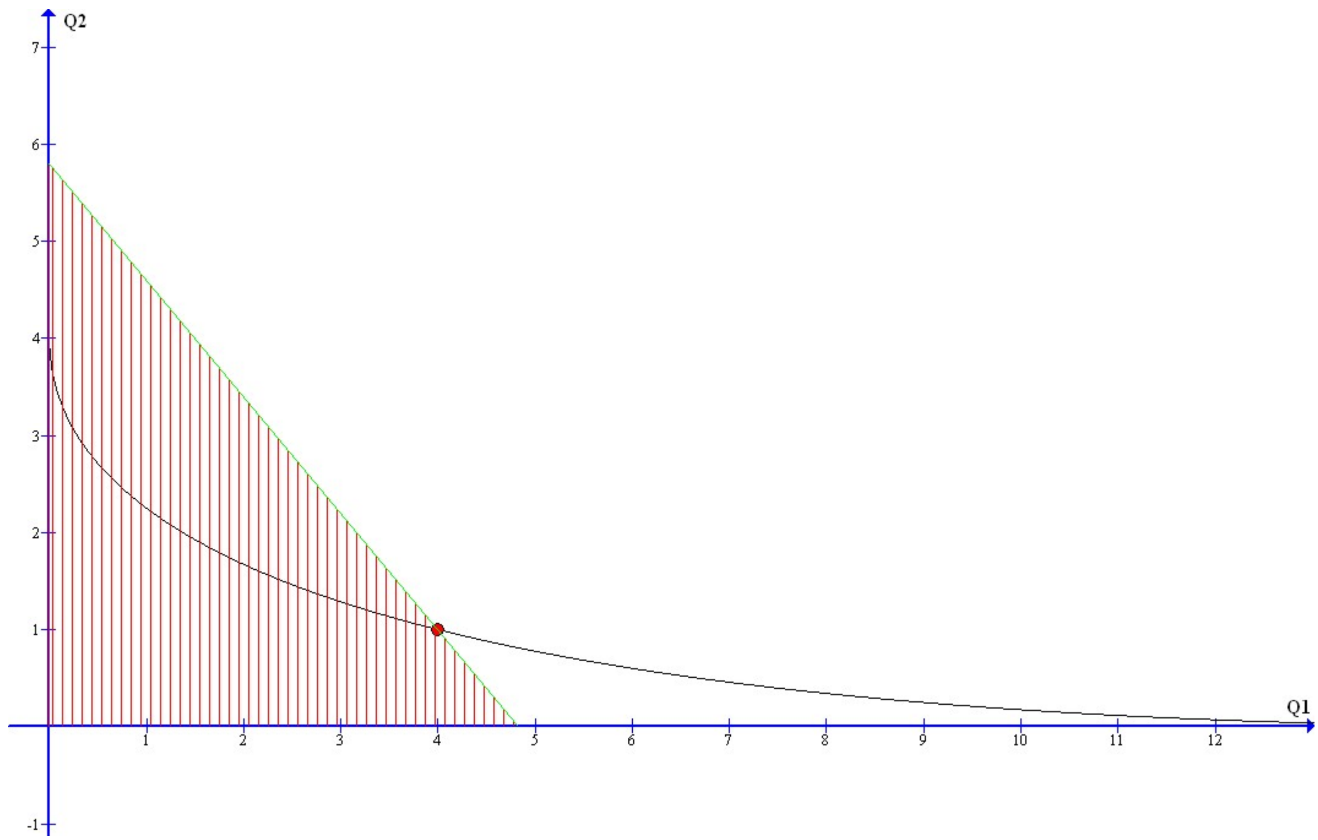
$$W(q_1; q_2) = p_1q_1 + p_2q_2$$

Supposons que le ménage a pour dotation initiale $(4; 1)$.
La valeur de se panier aux prix $(1, 2; 1)$ est la suivante :

$$W(4;1) = 1,2*4 + 1*1 = 5,8$$

L'ensemble des consommations possibles est constitué de l'ensemble des paniers $(q_1; q_2)$ dont la valeur est inférieure ou égale à la valeur de la dotation initiale :

$$W(q_1; q_2) \leq 5,8 \Longleftrightarrow 1,2q_1 + 1q_2 \leq 5,8$$




## Question 5

Aux prix donnés, le choix du ménage est caratérisé par l'égalité entre le taux marginal de subsitution et le rapport des prix. En outre, le choix du ménage dois se trouver dans l'ensemble des consommations possibles.

$$TMS_{21} = \frac{p_1}{p_2} \Longleftrightarrow \frac{1}{2}\frac{q_2^{\frac{1}{2}}}{q_1^{\frac{1}{2}}} = 1,2 \Longleftrightarrow q_2^{\frac{1}{2}} = 2,4q_1^{\frac{1}{2}} \Longleftrightarrow q_2 = 5,76q_1 \tag{3}$$

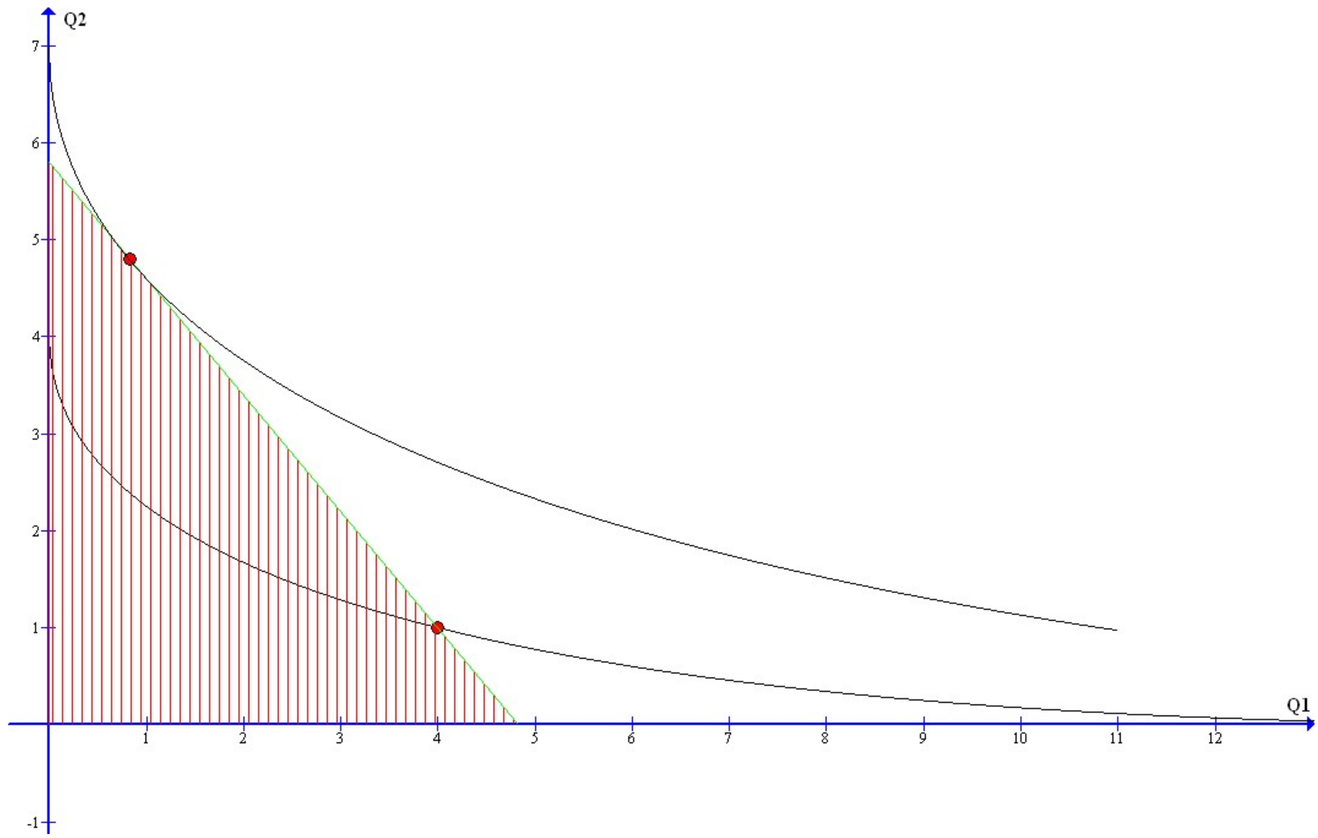
Utilisons maintenant la contrainte budgétaire saturée du ménage :

$$q_2 = 5,8 - 1,2q_1 \tag{4}$$

En résolvant simultanément (3) et (4), il vient :

$$q_1* = \frac{5,8}{6,96}$$

$$q_2* = 4,8$$




### Question 6

Soit un revenu $R$ quelconque.
La contrainte budgétaire du ménage saturée s'écrit donc :

$$q_2 = R - 1,2q_1 \tag{5}$$

En résolvant simultanément (3) et (5), il vient :

$$q_1* = \frac{R}{6,96}$$

$$q_2* = 5,72\frac{R}{6,96}$$

## Exercice 2 - Offre de travail

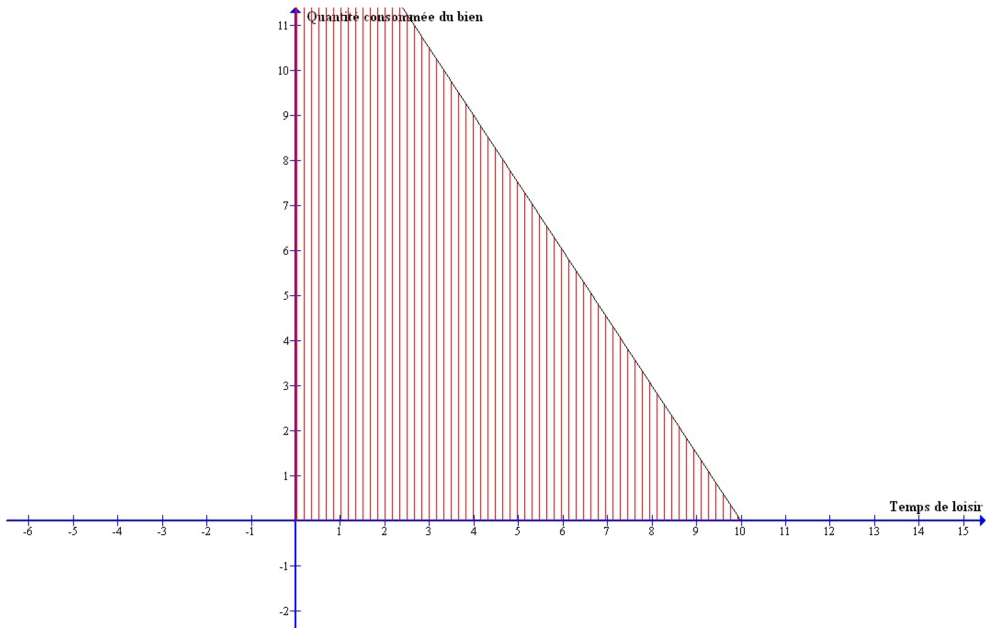
### Question 1 - Contrainte budgétaire du consommateur

Soit $l$ le temps de loisir. Soit $p$ le prix du bien. Soit $q$ la quantité consommée du bien.

$$(10 - l)w \geq pq \Longleftrightarrow 10w - wl \geq pq$$

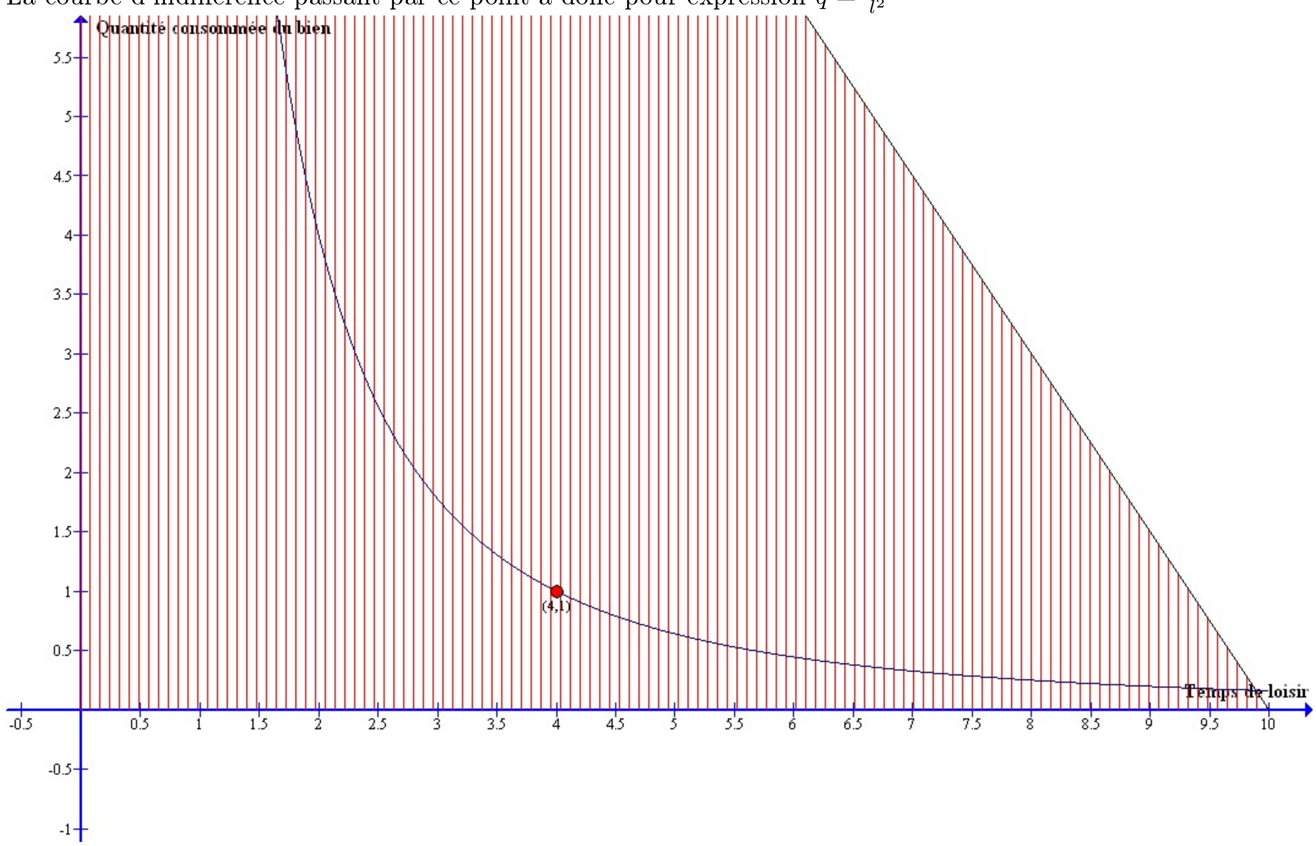
Ce qui peut s'écrire :

$$q \leq 10\frac{w}{p} - \frac{w}{p}l$$




## Question 2

Les préférences du ménage sont représentées par la fonction $U(l;q) = lq^{\frac{1}{2}}$
La valeur de la fonction d'utilité qu point $(4;1)$ est $U(4;1) = 4$.
La courbe d'indifférence passant par ce point a donc pour expression $q = \frac{16}{l^2}$




## Question 3

La contrainte budgétaire saturée du ménage s'écrit : $pq + wl = 10w$
L'égalité entre le taux marginal de subsitution et le rapport des prix s'écrit :

$$2\frac{q}{l} = \frac{w}{p} \Longleftrightarrow 2pq = wl$$

D'où :

$$3pq = 10w \Longleftrightarrow q* = \frac{10w}{3p}$$

$$l* = 2p\frac{q*}{w} = \frac{20}{3}$$

## Question 4

La fonction d'utilité du ménage est maintenant $U(l; q) = q^{\frac{1}{2}} + 2l^{\frac{1}{2}}$
La contrainte budgétaire saturée du ménage s'écrit : $pq + wl = 10w$
L'égalité entre le taux marginal de subsitution et le rapport des prix s'écrit :

$$2\frac{q^{\frac{1}{2}}}{l^{\frac{1}{2}}} = \frac{w}{p} \Longleftrightarrow 4p^2q = w^2l$$

D'où :

$$q* = \frac{10w}{p + \frac{4p^2}{w}}$$

$$l* = \frac{4p^2q*}{w^2}$$