

Microéconomie 1 (L1 d'Economie)

Interrogation courte N°3 - Corrigé

Marc Sangnier - marc.sangnier@ens-cachan.fr

7 avril 2008

Questions

Question 1 (0,25 point)

Les rendements d'échelle de la fonction $F(l; k) = l^{2/5}k^{3/5}$ sont-ils décroissants, constants ou croissants ?

$$F(\lambda l; \lambda k) = (\lambda l)^{2/5} (\lambda k)^{3/5} = \lambda^{(2/5+3/5)} l^{2/5} k^{3/5} = \lambda l^{2/5} k^{3/5}$$

On a donc :

$$F(\lambda l; \lambda k) = \lambda F(l; k)$$

Les rendements d'échelle sont constants.

Question 2 (0,25)

Les rendements d'échelle de la fonction $G(l; k; q) = l^{1/3}k^{2/3}q^{1/3}$ sont-ils décroissants, constants ou croissants ?

$$G(\lambda l; \lambda k; \lambda q) = (\lambda l)^{1/3} (\lambda k)^{2/3} (\lambda q)^{1/3} = \lambda^{(1/3+2/3+1/3)} l^{1/3} k^{2/3} q^{1/3} = \lambda^{4/3} l^{1/3} k^{2/3} q^{1/3}$$

Or, $\frac{4}{3} > 1$. On a donc :

$$G(\lambda l; \lambda k; \lambda q) > \lambda G(l; k; q)$$

Les rendements d'échelle sont croissants.

Question 3 (0,5)

Le sentier d'expansion est constitué de l'ensemble des combinaisons d'inputs qui minimisent le coût de l'entreprise pour chaque niveau de production.

Exercice

Soit une entreprise représentée par la fonction de production $f(l; q) = lq$ où l et q représentent respectivement les quantités de travail et d'un input quelconque utilisées. La quantité produite est notée y et vendue au prix p . Le prix du travail est w . Celui du bien utilisé en quantité q est θ . La fonction de coût est donc $C(l; q) = wl + \theta q$.

Question 4 (0,5)

Le taux marginal de substitution technique de cette entreprise s'écrit :

$$TMST(l; q) = \frac{f'_l(l; q)}{f'_q(l; q)} = \frac{q}{l}$$

Question 5 (1)

Le sentier d'expansion s'obtient à partir de l'égalité entre le taux marginal de substitution technique et le rapport des prix des inputs :

$$TMST(l; q) = \frac{w}{\theta}$$

$$\iff \frac{q}{l} = \frac{w}{\theta} \iff l = \frac{\theta}{w}q$$

Question 6 (0,5)

En utilisant le résultat de la question précédente, on peut écrire :

$$C(q) = w \frac{\theta}{w}q + \theta q = 2\theta q$$

Question 7 (0,5)

A partir de la fonction de production et de l'équation du sentier d'expansion, il vient :

$$y = \frac{\theta}{w}qq = \frac{\theta}{w}q^2 \iff q^2 = \frac{w}{\theta}y$$

D'où :

$$q = \sqrt{\frac{w}{\theta}y}$$

Question 8 (0,5)

En utilisant le résultat de la question précédente, on peut écrire :

$$C(y) = 2\theta \sqrt{\frac{w}{\theta}y}$$

D'où :

$$C(y) = 2\sqrt{w\theta y}$$

Question 9 (1)

Le profit de l'entreprise s'écrit :

$$\pi(y) = py - C(y) = py - 2(w\theta)^{1/2}y^{1/2}$$

La maximisation de cette expression conduit à la condition suivante :

$$\pi'(y) = 0$$

$$\iff p - 2(w\theta)^{1/2} \frac{1}{2}y^{-1/2} = 0 \iff y^{1/2} = \frac{\sqrt{w\theta}}{p}$$

D'où la fonction d'offre de concurrence parfaite :

$$y = \frac{w\theta}{p^2}$$