Microéconomie 1 (L1 d'Economie)
Interrogation écrite N°2 - Corrigé

Marc Sangnier - marc.sangnier@ens-cachan.fr

6 mai 2008

Exercice 1 (7 points)

Soit une entreprise dont la fonction de côut est $C(q) = 2q^2 - 4q + 8$ où q représente la quantité produite. Soit p le prix de vente du produit sur le marché.

Question 1.1 (1,5)

Donnez l'expression du coût moyen $CM(q)$ de cette entreprise. Pour quel niveau de production $\bar{q}$ ce coût moyen atteint-il son minimum ? Donnez la valeur de $CM(\bar{q})$.

$$CM(q) = \frac{C(q)}{q} = 2q - 4 + \frac{8}{q}$$

Le coût moyen atteint son minimum lorsque $CM'(q) = 0$

$$\Longleftrightarrow 2 - \frac{8}{q^2} = 0 \Longleftrightarrow 2 = \frac{8}{q^2} \Longleftrightarrow q^2 = 4 \Longleftrightarrow \bar{q} = 2$$

Avec :

$$CM(\bar{q}) = 2 * 2 - 4 + \frac{8}{2} = 4$$

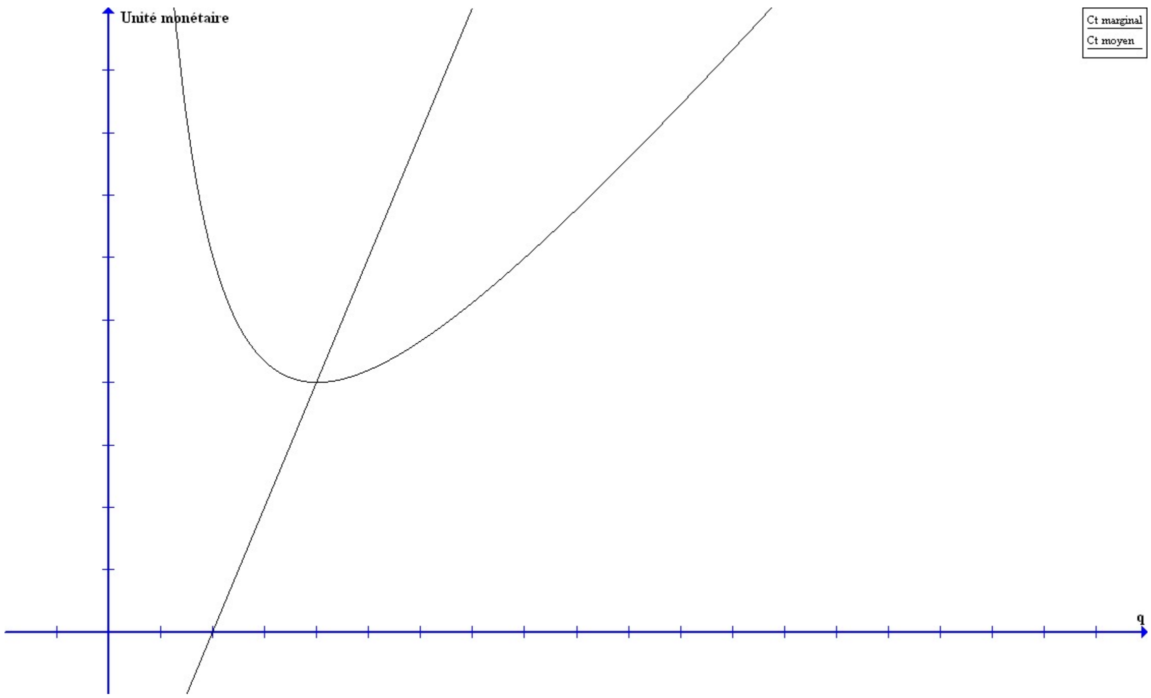
Question 1.2 (0,5)

Donnez l'expression du coût marginal $Cm(q)$ de cette entreprise.

$$Cm(q) = C'(q) = 4q - 4$$

Question 1.3 (1)

Représentez graphiquement le coût moyen et le coût marginal de cette entreprise.



Question 1.4 (1)

Donnez la fonction d'offre $s(p)$ de cette entreprise, c'est à dire la quantité q produite et offerte sur le marché par l'entreprise pour l'ensemble des valeurs du prix de vente p.

Lorsque le prix de vente p est inférieur au minimum du coût moyen, l'offre de l'entreprise est nulle. Sinon l'offre de l'entreprise est telle que le pric soit égal au coût marginal :

$$p = Cm(q) \Longleftrightarrow p = 4q - 4 \Longleftrightarrow q = \frac{p+4}{4}$$

D'où la fonction d'offre suivante :
$s(p) = 0$ si $p < 4$
$s(p) = \frac{p+4}{4}$ si $p \geq 4$

Question 1.5 (0,5)

On suppose qu'il existe 4 entreprises sur ce marché. Donnez la fonction d'offre globale $S(p)$ de ces entreprises.

$$S(p) = 4s(p) = p + 4$$

Question 1.6 (1,5)

On suppose maintenant que la demande pour le bien est $D(p) = \frac{36}{p} + 4$. Déterminez le prix $\tilde{p}$ d'équilibre de ce marché. Quelle est quantité échangé à ce prix ? Donnez la produite par chaque entreprise au prix d'équilibre. Le profit de chaque entreprise est-il négatif, nul ou positif dans cette situation ?

$\tilde{p}$ vérifie l'équation suivante :

$$D(p) = S(p) \Longleftrightarrow p + 4 = \frac{36}{p} + 4 \Longleftrightarrow p^2 = 36 \Longleftrightarrow \tilde{p} = 6$$

A ce prix, la quantité échangée est $D(\tilde{p}) = S(\tilde{p}) = 10$
Comme il y a 4 entreprises, elle produisent toutes $10/4 = 2,5$
Comme le prix est supérieur au minimum du coût moyen, le profit des entreprises est positif.

Question 1.7 (1)

On suppose maintenant qu'il y a libre entrée sur le marché. Expliquez intuitivement ce qui va se passer et donnez le prix $\hat{p}$ vers lequel le marché va converger.

Le fait que le profit soit positif va amener de nouvelles entreprises sur le marché, ce qui va induire une baisse des prix et des profit jusqu'au prix d'équilibre tel que le profit des entreprises soit nul. Ce prix est donc $\hat{p} = 4$, le minimum du coût moyen.

Exercice 2 (3)

Répondez aux questions suivantes de façon claire et précise.

Question 2.1 (1)

Soit une fonction de production $f(K;L) = K^\alpha L^\beta$ où K et L sont deux inputs, α et β deux réels strictement positifs. Etudiez la nature des rendements d'échelle de cette fonction selon les valeurs de α et β.

Cette fonction est homogène de degré $\alpha + \beta$, donc :
Si $\alpha + \beta = 1$, les rendements d'échelle sont constants.
Si $\alpha + \beta > 1$, les rendements d'échelle sont croissants.
Si $\alpha + \beta < 1$, les rendements d'échelle sont décroissants.

Question 2.2 (1)

Donnez les hypothèses de la concurrence pure et parfaite.
- Atomicité du marché : grand nombre d'offreurs et de demandeurs. Aucun pouvoir de marché.
- Les produits sont homogènes.
- Libre entrée et sortie du marché.
- Information parfaite (prix, quantités...).
- Mobilité parfaite des facteurs de production.

Question 2.3 (1)

Donnez la définition du sentier d'expansion d'une firme.

Le sentier d'expansion d'une firme est le lieu de toutes les combinaisons d'inputs qui minimisent le coût supporté par la firme pour tous les niveaux de production.

Exercice 3 (4)

Soit une entreprise dont la fonction de production est $F(K;L) = K^{3/4}L^{1/4}$ où K et L représentent respectivement les quantités de capital et de travail utilisée dans le processus de production. Le prix du capital est r, celui du travail est s. On appelle q la quantité produite.

Question 3.1 (1)

Donnez le taux marginal de substitution technique de cette entreprise.

$$TMST(K;L) = \frac{F'_K}{F'_L} = \frac{\frac{3}{4}K^{-1/4}L^{1/4}}{\frac{1}{4}K^{3/4}L^{-3/4}} = 3\frac{L}{K}$$

Question 3.2 (1)

Donnez l'expression du sentier d'expansion de cette entreprise.

$$TMST(K;L) = \frac{r}{s} \Longleftrightarrow 3\frac{L}{K} = \frac{r}{s} \Longleftrightarrow 3Ls = rK$$

Question 3.3 (2)

Donnez la fonction de coût $C(q)$ de cette entreprise, c'est à dire le côut supporté pour la production de q unités de bien.

Le coût supporté par l'entreprise s'écrit :

$$C(K; L) = rK + Ls$$

En utilisant l'expression du sentier d'expansion, il vient :

$$C(L) = 4Ls$$

De même, la fonction de production peut s'écrire :

$$q = \left(\frac{3Ls}{r}\right)^{3/4} L^{1/4} = \left(3\frac{s}{r}\right)^{3/4} L \Longleftrightarrow L = q\left(3\frac{s}{r}\right)^{-3/4}$$

Il vient donc :

$$C(q) = 4s\left(3\frac{s}{r}\right)^{-3/4} q$$

Exercice 4 (6)

Soit un consommateur dont la fonction d'utilité est $U(q_1; q_2) = ln(q_1) + ln(q_2)$ où $q_1$et q_2 représentent les quantités consommées de deux biens quelconques. Les prix de ces deux biens sont respectivement p_1 et p_2. Ce consommateur dispose des dotations initiales q_1^0 et q_2^0.

Question 4.1 (2)

Quel est l'objectif du consommateur ? Sur quelles variables son choix porte-t-il ? Quelles sont ses ressources ? Quels sont les paramètres qu'il considère comme donnés ?

Le consommateur cherche à maximiser son utilité.

Son choix porte sur les quantités q_1 et q_2 consommées.

Ses ressources sont constituées de ses dotations initiales.

Lorsqu'il effectue son choix, il considère les prix comme donnés.

Question 4.2 (1)

Donnez la contrainte budgétaire saturée de ce consommateur.

$$p_1q_1 + p_2q_2 = p_1q_1^0 + p_2q_2^0$$

Question 4.3 (1)

Donnez le taux marginal de substitution de ce consommateur.

$$TMS(q_1; q_2) = \frac{U'_{q_1}}{U'_{q_2}} = \frac{\frac{1}{q_1}}{\frac{1}{q_2}} = \frac{q_2}{q_1}$$

Question 4.4 (2)

Donnez les demandes en biens 1 et 2 du consommateur.

Les demandes en biens 1 et 2 sont issues de la résolution du système suivant :

$$\left\{\begin{array}{c} p_1q_1 + p_2q_2 = p_1q_1^0 + p_2q_2^0 \\ \frac{q_2}{q_1} = \frac{p_1}{p_2} \end{array}\right. \Longleftrightarrow \left\{\begin{array}{c} p_1q_1 + p_2q_2 = p_1q_1^0 + p_2q_2^0 \\ p_2q_2 = p_1q_1 \end{array}\right.$$

$$\Longleftrightarrow \left\{\begin{array}{c} 2p_1q_1 = p_1q_1^0 + p_2q_2^0 \\ q_2 = \frac{q_1p_1}{p_2} \end{array}\right. \Longleftrightarrow \left\{\begin{array}{l} q_1 = \frac{p_1q_1^0+p_2q_2^0}{2p_1} \\ q_2 = \frac{p_1q_1^0+p_2q_2^0}{2p_2} \end{array}\right.$$