Macroéconomie
M1 : Paris 1 / ENS Cachan
Travaux Dirigés 2010-2011
Interrogation écrite N°2 - Corrigé

Marc Sangnier - marc.sangnier@ens-cachan.fr

Lundi 28 mars 2011

Durée : 1h
Aucun document autorisé. Calculatrice interdite.

Exercice 1 - Crédibilité de la politique monétaire

Partie 1

On raisonne pour le moment dans un cadre statique. Supposons que la banque centrale peut contrôler complètement le taux d'inflation π en agissant sur le taux d'intérêt ou sur la masse monétaire en circulation. Avant que la banque centrale ne fixe le taux d'inflation, les agents économiques forment des croyances sur celui-ci et anticipent un taux π^a. L'objectif du banquier central est de minimiser la fonction de perte instantanée suivante :

$$\mathcal{L}(\pi;\pi^a) = \frac{a}{2}\pi^2 - b(\pi - \pi^a), \quad \text{avec } a > 0 \text{ et } b > 0.$$

Question 1 (1 point)

Commentez brièvement la fonction de perte de la banque centrale.

Le terme $\frac{a}{2}\pi^2$ représente le coût de l'inflation. Ici, par convention, l'inflation préférée par la banque centrale selon ce seul critère est égale à zéro. Le terme $b(\pi - \pi^a)$ représente le bénéfice d'une inflation supérieure à l'inflation anticipée. En effet, d'après la courbe de Phillips augmentée des anticipations, une surprise d'inflation peut accroître la production et réduire le chômage à court terme.

Question 2 (1 point)

On suppose pour le moment que les anticipations des agents sont parfaites et que la politique monétaire suit une règle : un taux d'inflation est annoncé, les agents forment leurs anticipations, et la banque applique le taux annoncé. Déterminez le taux d'inflation optimal π^r et la perte associée $\mathcal{L}^r$.

Lorsque les agents anticipent parfaitement le taux d'inflation et croient à la règle annoncée (la banque centrale n'a pas la possibilité d'appliquer un autre taux), on a $\pi^a = \hat{\pi}$, avec $\hat{\pi}$ le taux annoncé (et pratiqué). La banque centrale va donc simplement chercher à minimiser la quantité $\frac{a}{2}\pi^2$. Elle choisit donc $\pi^r = 0$. La perte associée est alors $\mathcal{L}^r = 0$.

Question 3 (2 points)

La banque centrale a maintenant la possibilité de pratiquer une politique discrétionnaire : elle peut annoncer un certain taux d'inflation mais choisir d'en appliquer un autre une fois que les agents ont formé leurs anticipations. La banque centrale peut-elle rationnellement reproduire la situation précédente, i.e. annoncer π^r et s'y tenir ?

Si elle annonce un taux d'inflation nul et que les agents y croient, on a $\pi^a = 0$. La banque centrale va alors chercher à minimiser la quantité $\frac{a}{2}\pi^2 - b\pi$. Elle va alors choisir $\pi = \frac{b}{a}$. La banque centrale ne peut donc rationnellement pas annoncer un taux nul et s'y tenir.

Question 4 (1 point)

Quelle est la valeur du taux d'inflation π^d choisi dans le cadre d'une politique discrétionnaire pour tout taux d'inflation anticipé π^a ? Quelle est la valeur $\mathcal{L}^d$ de la fonction de perte associée lorsque les agents anticipent parfaitement l'inflation ? Commentez.

La banque centrale minimise $\mathcal{L}$ en considérant π^a comme donné. Il vient immédiatement $\pi^d = \frac{b}{a}$. A l'équilibre, on a $\pi^a = \pi^d$, d'où $\mathcal{L}^d = \frac{b^2}{2a}$.

On observe que $\mathcal{L}^d > \mathcal{L}^r$. Il est donc coûteux de ne pas pouvoir réellement se lier les mains. Si la banque centrale ne peut pas s'engager à suivre une règle, les agents anticipent qu'elle voudra "faire " de l'inflation, ce qui accroît la fonction de perte.

Partie 2

On étend maintenant le modèle à un horizon infini. La fonction de perte de la banque centrale est maintenant la somme actualisée au taux $\theta > 0$ des pertes instantanées futures :

$$\mathcal{P} = \sum_{t=0}^{+\infty} \left(\frac{1}{1+\theta}\right)^t \mathcal{L}\left(\pi_t; \pi_t^a\right).$$

Supposons que la banque centrale annonce une règle de la forme $\pi_t = \pi^*$ pour tout $t \geq 0$. Elle n'a pas la possibilité de s'engager à suivre cette règle et peut mener à chaque instant un politique discrétionnaire. On suppose par ailleurs que les anticipations des autres agents se forment selon le mécanisme suivant :

$$\begin{aligned} \pi_t^a &= \pi^* \quad \text{si } \pi_{t-1} = \pi_{t-1}^a, \\ \pi_t^a &= \pi^d \quad \text{si } \pi_{t-1} \neq \pi_{t-1}^a. \end{aligned}$$

Question 5 (1 point)

Quelle est la nature de la punition subie par un décideur qui ne respecte pas la règle annoncée ? Combien de temps dure cette punition ?

La punition est une perte de réputation pour la période suivante. Elle ne dure qu'une période. En effet, suite à une triche, les agents vont anticiper l'inflation discrétionnaire. La meilleure réponse de la banque centrale sera alors effectivement l'inflation discrétionnaire. Les agents vont donc anticiper π^* pour la période suivante.

Partie 3

On souhaite répondre à la question suivante : la banque centrale est-elle en mesure d'implémenter la règle consistant à annoncer un taux d'inflation nul ?

Question 6 (2 points)

Calculer le gain immédiat d'une tricherie de la banque centrale.

On a vu précédemment que lorsque les agents anticipent un taux d'inflation nul, alors la banque centrale choisit un taux d'inflation égal à $\frac{b}{a}$. La valeur de la fonction de perte est alors $-\frac{b^2}{2a}$. Le gain de la tricherie est donc la différence entre cette quantité est la fonction de perte lorsque la règle est suivie :

$$\mathcal{G} = \mathcal{L}^r - \left(-\frac{b^2}{2a}\right) = 0 + \frac{b^2}{2a} = \frac{b^2}{2a}.$$

Question 7 (1 point)

Calculez le coût de le coût actualisé de la tricherie.

Le coût de la tricherie correspond à l'écart à la période suivante entre la perte si la règle avait été suivie et la perte lorsque la règle n'a pas été suivie. Si la règle avait été suivie, elle le serait toujours et la perte serait nulle. Si la tricherie a eu lieu à la période précédente, les agents anticipent π^d et la banque centrale pratique donc également π^d. La perte est alors $\mathcal{L}^d = \frac{b^2}{2a}$. Le coût actualisé de la tricherie est donc :

$$\mathcal{C} = \frac{1}{1+\theta}\left(\mathcal{L}^d - \mathcal{L}^r\right) = \frac{1}{1+\theta}\frac{b^2}{2a}.$$

Question 8 (1 point)

La règle $\pi^* = 0$ est-elle crédible ?

Comme $\theta > 0$, on en déduit immédiatement que $\mathcal{G} > \mathcal{C}$. Cette règle n'est donc pas crédible.

Partie 4

On souhaite maintenant déterminer qu'elle est la meilleure règle crédible. Cette règle est celle qui minimise la fonction de perte de la banque centrale sous la contrainte de cohérence temporelle de la règle annoncée, c'est à dire que la règle doit être crédible.

Question 9 (1 point)

Supposez que la contrainte de crédibilité est vérifiée. Quelle est alors la valeur de la fonction de perte de la banque centrale en fonction de l'inflation annoncée $\tilde{\pi}$? On notera $\mathcal{L}^*$ cette valeur.

Si la contrainte de crédibilité est vérifiée, alors l'inflation pratiquée sera égale à l'inflation annoncée. La fonction de perte de la banque centrale pourra alors se ré-écrire de la façon suivante :

$$\mathcal{L}^* = \frac{a}{2}\tilde{\pi}^2.$$

Question 10 (3 points)

Quelle est la valeur de la fonction de perte lorsque la banque dévie à partir de l'inflation annoncée et crédible $\tilde{\pi}$? Donnez la contrainte de crédibilité. Expliquez comment vous trouveriez la meilleure règle crédible si on vous le demandait.

Si elle dévie de la règle, la banque centrale choisit un taux d'inflation égal à $\frac{b}{a}$. Sa fonction de perte vaut alors :

$$\mathcal{L} = \frac{b^2}{2a} - b\left(\frac{b}{a} - \tilde{\pi}\right).$$

La contrainte de crédibilité est donc :

$$\mathcal{L}^* - \frac{b^2}{2a} + b\left(\frac{b}{a} - \tilde{\pi}\right) \leq \frac{1}{1+\theta}\left(\mathcal{L}^d - \mathcal{L}^*\right).$$

En observant la fonction de perte $\mathcal{L}^*$, on voit que la banque centrale va choisir le plus petit taux d'inflation possible. Il faudrait donc chercher $\tilde{\pi}$ le plus petit possible qui satisfasse la contrainte ci-dessus.

Exercice 2 - Neutralité de la politique prévisible

Considérons une économie caractérisée par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} y_t^d &= m_t - p_t, & (1)\\ y_t^s &= \bar{y} + \alpha\delta\left(p_t - p_t^a\right), & (2)\\ p_t^a &= \mathbb{E}_{t-1}p_t, & (3)\\ m_t - m_{t-1} &= \mu + \varepsilon_t, & (4) \end{aligned}$$

où (1) et (2) représentent la demande et l'offre globale, (4) l'évolution de la masse monétaire, ε étant un bruit blanc, i.e. $\mathbb{E}_{t-1}\varepsilon_t = 0$, et (3) le mécanisme d'anticipation des prix. Le terme ε_t peut être interprété comme la "surprise" de la politique monétaire.

Question 1 (1 point)

A partir des équations (1) et (2), déterminez le niveau général des prix qui permet de réaliser l'équilibre entre l'offre et la demande. Commentez très brièvement.

$$\begin{aligned} y_t^d &= y_t^s \\ m_t - p_t &= \bar{y} + \alpha\delta\left(p_t - p_t^a\right) \\ m_t - \bar{y} + \alpha\delta p_t^a &= p_t\left(\alpha\delta + 1\right) \\ p_t &= \frac{m_t - \bar{y} + \alpha\delta p_t^a}{1+\alpha\delta} \end{aligned}$$

Le niveau des prix courant dépend des facteurs de demande et d'offre, mais aussi de sa propre anticipation.

Question 2 (2 points)

Les anticipations sont supposées rationnelles, les agents connaissent donc l'expression de p_t trouvée à la question précédente. Déduisez-en le niveau des prix anticipé $E_{t-1}p_t$ en fonction de $E_{t-1}m_t$ et $\bar{y}$.

$$\begin{aligned} E_{t-1}p_t &= \frac{1}{1+\alpha\delta}\left(E_{t-1}m_t - E_{t-1}\bar{y} + \alpha\delta E_{t-1}E_{t-1}p_t\right) \\ E_{t-1}p_t &= \frac{1}{1+\alpha\delta}\left(E_{t-1}m_t - \bar{y} + \alpha\delta E_{t-1}p_t\right) \\ \left(1+\alpha\delta\right)E_{t-1}p_t &= E_{t-1}m_t - \bar{y} + \alpha\delta E_{t-1}p_t \\ E_{t-1}p_t &= E_{t-1}m_t - \bar{y} \end{aligned}$$

Question 3 (2 points)

Exprimez l'erreur d'anticipation sur les prix, $p_t - p_t^a$. Exprimez le produit d'équilibre en fonction de $\bar{y}$, α, δ, m_t et $E_{t-1}m_t$.

L'erreur d'anticipation sur les prix est :

$$p_t - p_t^a = p_t - E_{t-1}m_t + \bar{y}$$

Le produit d'équilibre est donc :

$$\begin{aligned}
y_t &= \bar{y} + \alpha\delta\left(p_t - E_{t-1}m_t + \bar{y}\right) \\
&= \bar{y} + \alpha\delta\left(\frac{m_t - \bar{y} + \alpha\delta p_t^a}{1+\alpha\delta} - E_{t-1}m_t + \bar{y}\right) \\
&= \bar{y} + \alpha\delta\left(\frac{m_t - \bar{y} + \alpha\delta\left(E_{t-1}m_t - \bar{y}\right) - \left(1+\alpha\delta\right)E_{t-1}m_t + \left(1+\alpha\delta\right)\bar{y}}{1+\alpha\delta}\right) \\
&= \bar{y} + \alpha\delta\left(\frac{m_t - \bar{y}\left(1+\alpha\delta-1-\alpha\delta\right) - \left(1+\alpha\delta-\alpha\delta\right)E_{t-1}m_t}{1+\alpha\delta}\right) \\
&= \bar{y} + \frac{\alpha\delta}{1+\alpha\delta}\left(m_t - E_{t-1}m_t\right)
\end{aligned}$$

Question 4 (1 point)

Montrez que seule la fraction imprévisible de la masse monétaire, la surprise monétaire, a une influence sur le produit.

On sait que

$$\begin{aligned}
m_t - m_{t-1} &= \mu + \varepsilon_t \\
m_t &= m_{t-1} + \mu + \varepsilon_t
\end{aligned}$$

Donc

$$\begin{aligned}
m_t - E_{t-1}m_t &= m_{t-1} + \mu + \varepsilon_t - E_{t-1}m_{t-1} - E_{t-1}\mu - E_{t-1}\varepsilon_t \\
&= m_{t-1} + \mu + \varepsilon_t - m_{t-1} - \mu \\
&= \varepsilon_t
\end{aligned}$$

L'expression précédente du produit peut donc se réécrire

$$y_t = \bar{y} + \frac{\alpha\delta}{1+\alpha\delta}\varepsilon_t$$
