

Fondements de l'Analyse Économique
Travaux Dirigés 2010-2011
Interrogation écrite N°2

Cécile Martin & Marc Sangnier

30 novembre 2010

Durée : 1 heure

Aucun document autorisé. Calculatrice interdite.

1 Modèle de sécurité routière¹

On s'intéresse ici au comportement d'un conducteur sur la route.

Probabilité d'être impliqué dans un accident La probabilité p qu'un conducteur soit impliqué dans un accident est modifiée par ses efforts de sécurité e et les mesures de sécurité extérieures s qu'il ne contrôle pas. On note donc $p(e, s)$ la probabilité qu'un accident ait lieu, avec $p_e < 0$, $p_{ee} > 0$, $p_s < 0$, $p_{ss} > 0$ et $p_{es} > 0$. Par exemple, $p_s < 0$ signifie qu'un accroissement de la qualité de la route va réduire la probabilité d'être impliqué dans un accident, et $p_{ss} > 0$ signifie qu'un accroissement supplémentaire de la qualité de la route va toujours réduire la probabilité d'être impliqué dans un accident, mais de façon moins importante.

Domage subi en cas d'accident La perte L encourue par un conducteur en cas d'accident dépend également des ses efforts de sécurité e et des mesures de sécurité extérieures s . On note donc $L(e, s)$ la perte subie en cas d'accident, avec $L_e < 0$, $L_{ee} > 0$, $L_s < 0$, $L_{ss} > 0$ et $L_{es} > 0$. Si aucun accident ne survient, la perte encourue est nulle.

Désutilité liée à la sécurité Un conducteur souffre d'une désutilité D liée à ses efforts de sécurité et aux mesures de sécurité extérieures. On note donc $D(e, s)$ la désutilité ressentie par un conducteur, avec $D_e > 0$, $D_{ee} > 0$, $D_s \geq 0$ et $D_{es} \geq 0$. Les efforts d'un conducteur peuvent impliquer une perte de temps, de l'inconfort, de l'énergie ou de l'argent, d'où $D_e > 0$. Un effort supplémentaire

¹Exercice inspiré de : Glenn Blomquist, *A utility maximization model of driver traffic safety behavior*, Accident Analysis & Prevention Volume 18, Issue 5, October 1986.

peut-être très “coûteux”, d’où $D_{ee} > 0$. La désutilité ressentie peut dépendre des conditions extérieures, d’où $D_s > 0$; conditions qui peuvent aussi interagir avec l’effort du conducteur, d’où $D_{es} \geq 0$.

Bien-être On suppose que l’utilité d’un conducteur dépend de son revenu I et des coûts supportés $L(e, s)$ et $D(e, s)$. Pour simplifier, on suppose que la perte et la désutilité s’expriment sous forme monétaire. L’utilité d’un conducteur s’écrit donc

$$U = I - D(e, s) - \tilde{L}(e, s) \text{ avec } \tilde{L}(e, s) = 0 \text{ sans accident}$$

$$\text{et } \tilde{L}(e, s) = L(e, s) \text{ en cas d'accident}$$

Question 1 Que signifient les hypothèses $p_{es} > 0$ et $L_{es} > 0$? 1 point

Question 2 Montrez que l’espérance d’utilité $E(U)$ d’un conducteur peut s’écrire 2 points

$$E(U) = I - D(e, s) - p(e, s) L(e, s).$$

Commentez cette expression.

Question 3 Donnez la condition d’optimalité (au premier ordre) pour ce consommateur. Ré-écrivez la en fonction de D_e , p_e , $L(e, s)$, $p(e, s)$ et L_e . Commentez. 2 points

Question 4 Donnez et exprimez la condition du second ordre. 1 point

Question 5 On suppose ici que $D_s = D_{es} = 0$; en d’autres termes, les conditions de sécurité extérieures n’ont pas d’effet sur la désutilité du conducteur. En considérant la condition du premier ordre comme une fonction implicite (c’est à dire qu’on considère que la condition du première ordre définit implicitement e en fonction des autres variables) répondez à la question suivante : comment les efforts de sécurité d’un conducteur vont-ils varier suite à un changement des conditions extérieures de sécurité? 3 points

Indication : Ecrivez la différentielle totale de la condition du premier ordre.

Question 6 Une étude a été menée aux États-Unis le jour de la Fête du Travail en 1981. Les conducteurs ont été observés sur une autoroute entre Baltimore et Pittsburgh. Durant la journée, une forte tempête a eu lieu sur le trajet. L’étude a montré qu’avant la tempête 13% des conducteurs utilisaient leur ceinture de sécurité. Pendant et après la tempête, ils étaient 30% à utiliser leur ceinture de sécurité. Ces observations sont-elles conformes aux prédictions du modèle? 2 point

2 Arbitrage consommation-loisir et choix intertemporel

On représente les préférences intertemporelles d'un agent par la fonction d'utilité suivante :

$$U(C_1, C_2) = \ln(C_1) + \ln(L - L_1) + \delta \ln(C_2),$$

où C_t représente la consommation à la période $t = 1, 2$, L_1 est le temps de travail en première période 1 et L le temps total dont l'individu dispose en période 1. On suppose ici que l'agent de travaille que pendant la première période, il reçoit alors un salaire horaire w_1 . Durant la seconde période, il reçoit un revenu exogène R_2 . Les prix du bien de consommation durant le deux périodes, p_1 et p_2 sont égaux à 1. L'agent peut prêter ou s'endetter au taux d'intérêt r .

Question 1 Montrez que la contrainte budgétaire peut s'écrire : $C_1 + \frac{C_2}{1+r} = w_1 L_1 + \frac{R_2}{1+r}$. Exprimez C_2 en fonction de C_1 , L_1 , R_2 , w_1 et r . 1 point

Question 2 Interprétez δ . Ecrivez le programme du consommateur, le Lagrangien associé et donnez la valeur du taux marginal de substitution (entre les quantités consommées) intertemporel à l'optimum. Ré-écrivez cette condition à l'aide de l'expression de $U(\cdot)$. 2 points

Question 3 Résoudre le programme dans le cas d'une solution intérieure. Déterminez C_1^* et L_1^* , en déduire C_2^* . 2 points

Question 4 Comment varient C_1^* , L_1^* et C_2^* lorsque le taux d'intérêt augmente? Commentez brièvement. 2 points

Question 5 Pour quelle valeur de r l'agent n'est-il ni emprunteur, ni prêteur? 1 point

Question 6 Commentez le résultat de la question précédente. Indication : Comparez à l'expression trouvée à la question 2. 1 point