

Fondements de l'Analyse Économique  
Travaux Dirigés 2010-2011  
Interrogation écrite N°1

Cécile Martin & Marc Sangnier

19 octobre 2010

Durée : 1 heure  
Aucun document autorisé. Calculatrice interdite.

### Exercice 1

Les préférences d'un individu sont représentées par la fonction d'utilité suivante :

$$U(x_1; x_2) = (x_1 + 1)^\alpha (x_2 + 1)^\alpha$$

avec  $\alpha > 0$ .

**Question 1** Calculez le taux marginal de substitution associé à cette fonction d'utilité. Donnez sa valeur numérique au point  $(0; 1)$ . 1 point

**Question 2** Soient  $R$  le revenu de l'individu,  $p_1$  et  $p_2$  les prix des biens. On suppose  $R = 1$ ,  $p_1 = 3$  et  $p_2 = 1$ . Donnez sans aucun calcul le panier de bien qui sera choisi par l'individu dans cette situation. 2 points

**Question 3** On traite maintenant le cas général : 6 points

$$U(x_1; x_2) = (x_1 + \gamma_1)^\alpha (x_2 + \gamma_2)^\beta$$

avec  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  des constantes positives. Écrivez le programme de l'individu. Écrivez le Lagrangien généralisé ainsi que les conditions du premier ordre. Donnez l'expression complète des fonctions de demande.

## Exercice 2

Soit un consommateur qui consomme deux biens en quantités  $x_1$  et  $x_2$ . Ses dotations initiales pour ces mêmes biens sont  $y_1$  et  $y_2$ . Les prix des biens sont  $p_1$  et  $p_2$ . Sa fonction d'utilité est

$$U(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^\beta,$$

avec  $\alpha > 0$  et  $\beta > 0$ .

**Question 1** Donnez le programme de ce consommateur. 0,5 point

**Question 2** Donnez les fonctions de demandes walrasiennes pour les deux biens. 1 point

**Question 3** Donnez le taux marginal de substitution de ce consommateur pour n'importe quel panier de consommation. 0,5 point

**Question 4** Sous quelle(s) condition(s) le consommateur est-il offreur (demandeur) net de l'un ou l'autre bien ? Commentez. 4 points

## Exercice 3

On étudie dans un espace à deux dimensions les propriétés de la fonction d'utilité suivante, dite fonction d'utilité Cobb-Douglas généralisée :

$$u(x_1; x_2) = x_1^a x_2^b,$$

avec  $a$  et  $b$  strictement positifs.

**Question 1** Montrez que  $u(\cdot)$  est strictement quasi-concave. 4 points

**Question 2** Que peut-on dire de la fonction d'utilité  $u(x_1; x_2) = x_1 x_2^{b/a}$  ? 1 point