Fondements de l'Analyse Économique
Travaux Dirigés 2009-2010
Interrogation écrite N°1

Alexandre de Cornière & Marc Sangnier

Mardi 17 novembre 2009

Durée : 1h30
Aucun document autorisé. Calculatrice interdite.
L'interrogation est notée sur 22 points.

Exercice 1 (4 points)

Résoudre le programme suivant selon les valeurs de R :

$$\left\{\begin{array}{cc} max_{\{x,y\}} & \sqrt{x}+y \\ sc & x+y \leq R \\ sc & \frac{1}{16} \leq x \\ sc & y \geq 0 \end{array}\right.$$

Exercice 2 (6 points)

Un examen comporte N questions. Le temps consacré à l'ensemble de l'examen par un élève est $0 \leq t$. Ce temps ne peut excéder T minutes, d'où $t \leq T$. Le temps consacré à la question i est t_i. D'où $\sum_{i=1}^{N} t_i = t$. Le score S_i obtenu à la question $i = 1, ..., N$ dépend de la façon dont l'élève traite cette question. Ce score a tendance à s'accroître, ou du moins à ne pas décroître, avec le temps consacré à la question i, mais dépend également de la masse de connaissance K apportée à l'examen. D'où $S_i = S_i(t_i; K)$ avec $\partial S_i/\partial t_i \geq 0$ et $\partial S_i/\partial K > 0$. La note note finale G dépend du score total, défini par la somme des scores obtenus à chaque question : $G = \sum_{i=1}^{N} S_i$.

Question 1 (1 point)

La fonction d'utilité $U(.)$ d'un élève peut s'écrire :

$$U(.) = \sum_{i=1}^{N} S_i(t_i; K) - vt$$

avec $v > 0$.

Commentez brièvement l'expression de cette fonction d'utilité. Quel est le programme de maximisation d'un élève ? Écrivez le Lagrangien correspondant.

Question 2 (2 points)

Que peut-on dire des productivités marginales des fonctions S_i à l'optimum dans le cas d'une solution intérieure ($t > 0$) ?

Question 3 (3 points)

Supposons que toutes les fonctions S_i sont de la forme $S_i = t_i^\alpha K$ avec $\alpha > 0$.
A quelle(s) condition(s) un élève quitte-t-il l'examen avant l'heure limite ?
Indication : trouvez l'expression générale de la fonction d'utilité et discutez par la suite selon les valeurs de α.
Dans le cas où $\alpha = 1$, vous répondrez à la question suivante : les “cancres” et les “têtes” (caractérisés respectivement par $K = K^-$ et $K = K^+$, avec $K^- < K^+$) quittent-ils la salle en avance ?

Exercice 3 (4 points)

En vous plaçant dans un cadre d'analyse classique supposant l'absence de chômage subi (ou involontaire), en faisant l'hypothèse que les travailleurs prennent davantage les transports publics que les personnes inactives et que le temps de loisir est un bien normal, répondez rapidement aux questions suivantes :

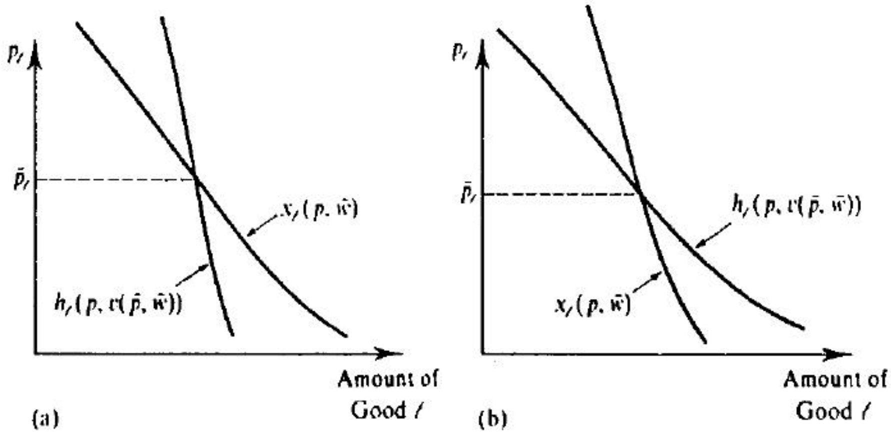
- Le “subventionnement” du transport public affecte-t-il l'offre de travail ?
- Les travailleurs à faible productivité sont-ils davantage touchés que les autres par cette mesure ?

Exercice 4 (4 points)

Une entreprise possède deux usines ayant chacune des technologies Cobb-Douglas à rendements constants (mais non-nécessairement identiques). Écrire le programme permettant de calculer la fonction de coût de cette entreprise, et décrire brièvement la façon dont on peut le résoudre.
Attention : ne pas faire tous les calculs.

Exercice 5 (4 points)

Rappelez la définition d'un bien inférieur et d'un bien normal.
Le graphique ci-joint représente les demandes marshalienne $x_l\left(p, \bar{w}\right)$ et hicksienne $h_l\left(p, v\left(\bar{p}, \bar{w}\right)\right)$ pour deux biens $l = a, b$. Pour chacun de ces biens, déterminez s'il est normal ou inférieur. Justifiez vos réponses.



Graphique pour l'exercice 5.